Fejér Lipót Matematikaverseny
2026/2027. Megyei forduló

12. évfolyam technikum

I. forduló

1. Viktor képzőművészeti kiállítást nyitott. A második napon 1,5-szer többen mentek el a kiállításra, mint az első napon. Ha az első napon p%-kal, a második napon pedig $2p$%-kal többen mentek volna el, mint ahányan az adott napon meglátogatták a kiállítást, akkor a két nap alatt összesen 972 látogató lett volna. Ha viszont az első napon $2p$%-kal, a második napon p%-kal több látogató lett volna, mint eredetileg, akkor összesen 963-an látták volna a kiállítást. Hány látogató lett volna, ha mindkét napon $2p$%-kal többen lettek volna kíváncsiak a kiállításra?

(10 pont)

2. A 334 és a 45454 olyan pozitív egész számok, amelyek pontosan kétféle számjegyet tartalmaznak. Az ilyen tulajdonságokkal rendelkező számot nevezzük felejthetetlen számnak. Hány darab négyjegyű felejthetetlen szám van?

(10 pont)

3. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán.

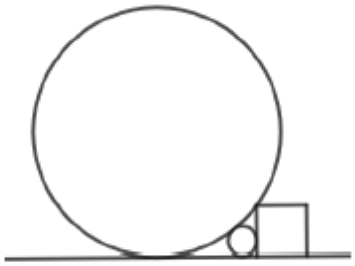
$$3^{1+3x-x^2} = \frac{2}{3^{x^2-x}} - \frac{5}{3^{x^2-2x}}$$

(10 pont)

4. Egy kör az y-tengelyt az $A(0;a)$ és a $B(0;2a)$ pontokban metszi, ahol a pozitív egész számot jelöl. Bizonyítsuk be, hogy ha a kör érinti az x-tengelyt, akkor középpontjának valamelyik koordinátája irracionális szám.

(10 pont)

5. Az alábbi ábrán látható nagyobb kör sugara 5, a négyzet oldala 2 egység. A négyzet egyik csúcsa illeszkedik a körvonalra, egyik oldala pedig illeszkedik a kör egy érintőjére. Határozzuk meg annak a kisebb körnek a sugarát, amely érinti a 2 egység oldalú négyzet egyik oldalát, az 5 egység sugarú kört, valamint ennek a körnek a négyzet egyik oldalát is tartalmazó érintőjét.



(10 pont)

6. Egy szabályos 2026 oldalú sokszög minden csúcsához egy-egy pozitív egész számot írtunk úgy, hogy bármely 3 szomszédos csúcshoz írt számok összege ugyanakkora. Az egyik csúcshoz a 2-es számot írtuk. Mennyi a sokszög csúcsaihoz írt számok összegének maximuma?

(10 pont)