Fejér Lipót Matematikaverseny
2026/2027. Megyei forduló

11. évfolyam technikum

I. forduló

1. Ottó bácsi pénteken és szombaton is szilvát árult a piacon. Miután péntek délelőtt a szilva mennyiségének 40%-át eladta, délutánra 1 kg szilva árát 10%-kal csökkentette. A maradék szilvát az új egységáron adta el, ezzel összesen 30550 Ft bevételre tett szert. A szombati napon Ottó bácsi 30 kg-mal több szilvát adott el, mint pénteken, és 1 kg szilvát 10%-kal drágábban árult, mint péntek reggel. Ottó bácsi szombati bevétele összesen 57200 Ft volt. Összesen hány kg szilvát adott el Ottó bácsi a két nap alatt?

(10 pont)

2. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán.

$$\sqrt{x+\sqrt{x+11}}+\sqrt{x-\sqrt{x+11}}=4$$

(10 pont)

3. Kornél számzáras lakatjának nyitókódja négyjegyű palindromszám, azaz olyan pozitív egész szám, amelynek számjegyeit fordított sorrendben írva eredményül az eredeti számot kapjuk. Palindromszám például a 3113 vagy a 2222. Egy alkalommal Kornél elfelejtette a nyitókódot, csak arra emlékezett, hogy a szám osztható 7-tel. Mennyi a valószínűsége annak, hogy ha Kornél véletlenszerűen választ egy 7-tel osztható négyjegyű palindromszámot, akkor az megegyezik a lakat nyitókódjával?

(10 pont)

4. Adjuk meg a $[-2;2]$ intervallumon az

$$f(x)=\left|\frac{x^2-2x-3}{x^2+x-12}\right|$$

hozzárendelési szabállyal értelemezett függvény értékkészletét.

(10 pont)

5. Egy egyetem 800 hallgatója vett részt egy önkéntes pénzügyi tudatosságot elemző teszten. A teszt 50 kérdésből állt, és minden kérdésre választ kellett adni. A legtöbb rossz választ Arnold adta, összesen 19 kérdést rontott el, mindenki más nála kevesebbet hibázott. Minden kérdésre a helyes válaszért 1 pontot, a rossz válaszért 0 pontot lehetett kapni.
   a) Bizonyítsuk be, hogy a kitöltők közt van 43 olyan ember, akik ugyanannyi kérdésre adtak helyes választ.

   Ha Arnold tesztjét nem vesszük figyelembe, akkor a maradék tesztek pontszámának átlaga $\frac{1}{47}$-del nagyobb, mint az összes teszt átlagpontszáma.

   b) Számítsuk ki a 800 teszt pontszámának átlagát.

(10 pont)

6. Az ABC háromszögben $AC < AB$. A háromszög B, illetve C csúcsát tükrözzük az A csúcshoz tartozó belső szögfelezőre, az így kapott tükörképeket jelölje rendre B' és C'. A $BB'CC'$ négyszög és az ABC háromszög területére teljesül, hogy

$$\frac{T_{BB'CC'}}{T_{ABC}}=\frac{8}{3}.$$

Határozzuk meg az $\frac{AB}{AC}$ tört értékét.

(10 pont)