Fejér Lipót Matematikaverseny
2026/2027. Megyei forduló

12. évfolyam gimnázium

I. forduló

1. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$(x^2-5x+6)^2+(x^2+5x+6)^2=20(x^2+6)x$$

(10 pont)

2. Az f és g függvényeket a valós számok halmazán az alábbi hozzárendelési szabályokkal értelmezzük:

$$f(x)=2^{|x-1|-|x+1|}, \qquad g(x)=p\cdot x+2,$$

ahol a p valós paramétert jelöl. Határozzuk meg a p paraméter értékét úgy, hogy az

$$f(x)=g(x)$$

egyenletnek 3 megoldása legyen.

(10 pont)

3. Az ABC háromszög két csúcsa: $A(1;2), B(5;6)$, a háromszög C csúcsa illeszkedik az $y=-3x+1$ egyenletű egyenesre. Határozzuk meg a C csúcs koordinátáit, ha az ABC háromszög területe 16 területegység.

(10 pont)

4. Egy szabályos 12-szög minden csúcsához egy-egy pozitív egész számot írunk, majd a sokszög oldalaihoz hozzárendeljük az adott oldal két végpontjához írt számok szorzatát. Lehetséges-e, hogy az oldalakhoz írt számok halmaza megegyezik az

$$A=\{3!;\ 4!;\ 5!;\ \ldots;\ 14!\}$$

halmazzal?

(10 pont)

5. Az ABC háromszögben $AB>BC$, a BC oldal felezőpontja F, a B csúcs A pontra vonatkozó tükörképe D. A háromszög C csúcsán átmenő, az AF súlyvonalra merőleges egyenes az AB oldalt az E pontban metszi. Számítsuk ki a CDE háromszög beírt körének sugarát, ha $AF=6, CE=5$.

(10 pont)

6. Az A halmaz a derékszögű koordinátarendszer olyan $P(x;y)$ pontjait tartalmazza, amelyeknek koordinátái egész számok, továbbá $0\le x\le 4$ és $0\le y\le 4$ teljesül. Az A halmazból véletlenszerűen kiválasztunk 2 pontot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott pontokra illeszkedő egyenes meredeksége pozitív?

(10 pont)