Pécsi Janus Pannonius Gimnázium
7621 Pécs, Mária u. 2-4. Honlap: www.januspecs.hu
Tel.: 72/310-911, 513-720 Fax: 72/516-339 E-mail : isi@janus-pecs.edu.hu

11. évfolyam

1. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a pozitív egész számhármasok halmazán.
$$\begin{cases} xy + yz = 161 \\ xz + yz = 144 \end{cases}$$
(10 pont)

2. Melyek azok a 2-nél nagyobb *n* egész számok, amelyekre az
$$A = \frac{(2^2-1)\cdot(3^2-1)\cdot\dots\cdot(n^2-1)}{2}$$
kifejezés értéke négyzetszám?
(10 pont)

3. Az *f* függvényt a pozitív számok halmazán az
$$f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x}}\cdot(x^2-6x+10)$$
hozzárendelési szabállyal értelmezzük. Határozzuk meg az *f* függvény minimumát. Az értelmezési tartomány mely elemére veszi fel a függvény a minimumát?
(10 pont)

4. A Vonós Vágta nevű tehetségkutató verseny döntőjébe 7 hegedűművész jutott be. A versenyzők számára a döntő előtti éjszakára a szervezők egy szálloda teljes szintjét lefoglalták. A lefoglalt folyosó bal és jobb oldalán is 8 szoba van, így összesen 16 szobában tudják a versenyzőket elszállásolni. Hányféleképp történhet a szobák kiosztása a döntősök között, ha bármely két ugyanazon oldalon elszállásolt versenyző szobája között legalább 1 üres szobát akarnak hagyni a szervezők? Minden szobában egy versenyzőt lehet elszállásolni és két foglalást különbözőnek tekintünk, ha legalább egy versenyző másik szobában kapott helyett.
(10 pont)

5. A hegyesszögű *ABC* háromszög *A* csúcsából induló magasságvonal *BC* oldalra illeszkedő talppontja *T*, a háromszög köré írható kör középpontja *O*. Az *ABT* és az *AOC* háromszögek területe megegyezik.
   a) Számítsuk ki az *ABC* háromszög *C* csúcsánál lévő szög nagyságát.
   b) Bizonyítsuk be, hogy $AT = BT + \sqrt{2}\cdot OT$.
(10 pont)

6. Egy amatőr sakkbajnokságon legalább 4 versenyző vett részt. Bármely négy résztvevő között van olyan, aki a másik hárommal már játszott korábban. Bizonyítsuk be, hogy mindenképpen van olyan játékos közöttük, aki az összes többi versenyzővel játszott már korábban.
(10 pont)