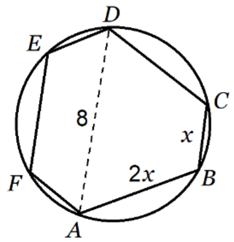
4 megye matematika versenye

11. osztály

1. Oldja meg a $\sqrt{x^6+2x^3+1} \leq x+1$ egyenlőtlenséget.

2. Egy körön felvettük az *ABCDEF* hatszög csúcsait úgy, hogy minden második oldal ugyanakkora, $AB = CD = EF = 2 \cdot BC = 2 \cdot DE = 2 \cdot EF$, továbbá $AD = 8$.



Mekkora a hatszög kerülete?

3. Egy szigeten lovagok és lókötők élnek. A lovagok minden állítása igaz, a lókötők mindig hazudnak. A sziget egy 7×7-es parcellájának mindegyik mezőjén egy szigetlakó áll, és mindenki azt mondja, hogy van lókötő szomszédja. Két parcella szomszédos, ha van közös csúcsa. Legkevesebb hány lókötő van ebben a 7×7-es parcellában?

4. Mennyi $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ lehetséges legkisebb pozitív értéke, ha az a, b, c számok pozitív egészek?

5. Egy pozitív egész számhoz hozzáadtuk a legnagyobb valódi osztóját, és így 10-nek egy hatványát kaptuk. Keresse meg az összes ilyen számot.

6. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számok egy sorrendje *hullámzó*, ha bármelyik nem szélen álló szám mindkét szomszédja vagy nagyobb tőle, vagy mindkettő kisebb. Így a 214365 sorrend hullámzó, míg a 214356 sorrend nem az. Hány hullámzó sorrendje van ennek a hat számnak?

Mindegyik feladat 10 pontot ér.

Janus Pannonius Gimnázium, Pécs

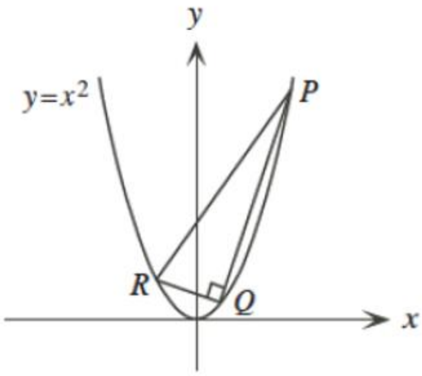
2022. január 28.

4 megye matematika versenye

12. osztály

1. Oldja meg a $\sqrt{x^3 - x^2 - x + 1} \geq 1 - x$ egyenlőtlenséget.

2. A P, Q, R pontok az $y = x^2$ parabolán vannak, koordinátáik (p, p^2), (q, q^2) és (r, r^2) az ábra szerint.



A PQR háromszög derékszögű (a derékszögű csúcs Q), és p, q, r egész számok. Mutassa meg, hogy $2q + p + r = 0$.

3. Egy szigeten lovagok és lókötők élnek. A lovagok minden állítása igaz, a lókötők mindig hazudnak Közülük 12-en ülnek egy asztal körül, és mindenki azt mondja: „Mindkét szomszédom lókötő". Hány lókötő ülhet az asztal körül?

4. Adott egy négyzet és a síkjában egy pont. A pontnak a négyzet három csúcsától mért távolsága 5, 11 és 17. Mekkora a négyzet területe?

5. Egy 3-nál nagyobb egész szám az őt megelőző három szám legnagyobb valódi osztójának összege. Keresse meg az összes ilyen számot.

6. A pozitív egészeken értelmezett $f(n)$ függvényre $f\big(f(n)\big) = 2n$ és $f(4n + 1) = 4n + 3$ teljesül. Mennyi $f(100)$ értéke?

Mindegyik feladat 10 pontot ér.

Janus Pannonius Gimnázium, Pécs

2022. január 28.